Prof. Dr. Alfred Toth

Komplementäre Zeichenrelationen

1. Wir gehen aus von Benses Definition des Peirceschen Zeichens als einer "Relation über Relationen" bzw. als einer "verschachtelten" Relation (Bense 1979, S. 53):

$ZR_r^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$.

Die dazu komplementäre Relation ist natürlich das leere Zeichen:

$KZR_r^3 = \emptyset$,

und wegen KKR = R gilt natürlich

$K(\emptyset) = ZR_r^3$.

2. Wegen des Doppelstatus von Subzeichen, zugleich objektal und morphismisch zu fungieren, weisen semiotische Partialrelationen allerdings folgende Besonderheiten auf:

$K(2) = K(1 \rightarrow 2) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3))$

$K(3) = K(2 \rightarrow 3) = (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))$

$K'(2) = K(2 \rightarrow 1) = ((1 \rightarrow 2 \rightarrow 3) \rightarrow 1)$

$K'(3) = K(3 \rightarrow 2) = ((1 \rightarrow 2) \rightarrow 1)$,

in Sonderheit kommen also bei komplementären Relationen keine konversen Abbildungen vor. Ferner gilt

$K(3) \circ K(2) = ZR_r^3$,

d.h. von den komplementären Relationen her gesehen, ist die Erstheit (d.h. das kategorielle Objekt 1) "überflüssig", da sie zugleich als Domäne des Morphismus $\alpha = (1 \rightarrow 2)$ fungiert. Bei komponierten Morphismen der

Konversen müssen ferner die Domänen der Komplementierung selbst komplementiert werden:

$K'(2) \circ K'(3) = ZR_r^3$,

d.h. es gilt $K(3) \circ K(2) = K'(2) \circ K'(3)$.

3. Nun existiert aber das leere Zeichen Ø nicht nur als Komplement von ZR_r^3, sondern es muß wegen der Potenzmenge über der Menge der Primzeichen (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.), d.h. von P = {1, 2, 3}, eine neben den drei kategorial-relationalen Zahlen unabhängige Existenz im Sinne einer Relationalzahl (vgl. Bense 1975, S. 65 f.), d.h. als kategoriale Nullheit haben (vgl. Toth 2006, S. 15):

$\wp(P) = \{(1), (2), (3), (1, 2), (2, 3), (1, 3), (1, 2, 3), \emptyset\}$.

Damit erhalten wir also Typen von Relationen und ihren Komplenten wie die folgenden

$R_1^3 = (\emptyset \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_2^3 = (1 \rightarrow (\emptyset \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

$R_3^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow \emptyset))$

Da ferner bei Subzeichen ja zwischen Objekt und Morphismus differenziert werden kann (s.o.), müßten auch die folgenden Relationstypen bzw. ihre Komplemente einen semiotischen Status haben

$R_4^3 = (1 \rightarrow ((\emptyset \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_5^3 = (\emptyset \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_6^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow \emptyset) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$

$R_7^3 = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow \emptyset \rightarrow 3)))$

Falls dem so ist, würde dies bedeuten, daß die typische semiosische "Oszillation", d.h. die Fähigkeit eines Subzeichen, zugleich als triadische und trichotomische Semiose (z.B. (1.2) als Objekt 2[1] [triad. Sem.] und als Morphismus (1→2) [trich. Sem.]) auftreten zu können, genau der Variation jedes semiotischen Wertes mit Ø korrespondieren, d.h. als leere Zeichen (bzw. die Kategorie der Zeroness) wäre sozusagen das "inhärente" Komplement jedes erst-, zweit- und drittheitlichen Primzeichens, und somit wären also Kategorien den Relationen inhärent, da Bense (1975, S. 65 f.) ja nullheitliche Kategorien durch Kategorialzahl $k > $ Relationalzahl r und $r = 0$ (also $k > 0$) bestimmt hatte.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

16.3.2012

[1] Streng genommen müßte man sogar einen verdoppelten Objektstatus der Subzeichen annehmen, da dieses nämlich zugleich als initiales und terminales Objekt fungieren kann.